



MATERIA: Álgebra Lineal
DOCENTE: Lic. Quispe Cabrera René
SEMESTRE: I/2018

EXAMEN: PRIMER PARCIAL

Apellido y Nombre: _____, Carrera: Ing. Financiera
C.I.: _____, Firma: _____, N° de hojas: _____, Nota: _____

1. (VALE 10 PUNTOS). Construya una matriz $A = (a_{ij})$ si A es 3×4 , y $a_{ij} = 2i + 3j$.
2. (VALE 10 PUNTOS). Si $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, Calcular $f(X) = -3X^2 + 2X - 5I$.
3. (VALE 15 PUNTOS). Supongamos que el conjunto $K^{2 \times 3}$, $K = \mathbb{R}$, se dan las siguientes matrices:
- $$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$
- Dado los escalares $\alpha = 2$ y $\beta = -3$, hallar:
- a) Hallar $X \in K^{2 \times 3}$, tal que: $\alpha A - \beta X = 5B - \alpha B + X$.

4. (VALE 15 PUNTOS). Calcular A^{-1} de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/7 & 1/7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. (VALE 10 PUNTOS). Una empresa constructora se dedica a la construcción de tres tipos de carreteras X, Y, y Z, los principales materiales necesarios son cemento (C), metal (M) y arena (A). La matriz M, 3×3 muestra cuánto material se necesita para cada tipo de carretera.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 8 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{tipo } X \\ \text{tipo } Y \\ \text{tipo } Z \end{matrix}$$

C M A

La empresa hace un contrato para construir 700 metros lineales del tipo X, 800 del tipo Y y 900 del tipo Z, el contrato está en forma de la matriz T, 1×3 .

$$T = (700 \quad 800 \quad 900)$$

X Y Z

- a) Forme la matriz que exprese la cantidad total de cada material necesario para satisfacer el contrato e interpretar un elemento.

6. (VALE 20 PUNTOS). Hallar los elementos de la matriz incógnita X en la ecuación matricial siguiente:

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. (VALE 20 PUNTOS). Mediante el método de Gauss-Jordan TIPO I, determinar la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 3 & 2 \\ 4 & 12 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Éxito en su Examen(s)

EXAMEN: PRIMER PARCIAL

Nombre y Apellido:
C.I.: Firma: N° de hojas: Nota: /

1. (VALE 5 PUNTOS). Construya una matriz $A = (a_{ij})$ si A es 3×4 , y $a_{ij} = 2i + 3j$

2. (VALE 10 PUNTOS). Calcular A^{-1} de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (CADA INCISO VALE 10 PUNTOS). Una empresa que fabrica computadores produce tres modelos con diferentes capacidades en memoria RAM. La producción (en miles) se realiza en dos plantas A y B. La capacidad de producción de computadores (miles de unidades) en cada planta por modelo y capacidad de memoria se muestra en las siguientes tablas.

PLANTA A	Modelo I	Modelo II	Modelo III
64 RAM	4	9	7
32 RAM	6	20	1
128 RAM	7	2	3

PLANTA B	Modelo I	Modelo II	Modelo III
64 RAM	7	4	6
32 RAM	2	9	12
128 RAM	8	2	4

- a) ¿Cuál es la capacidad total de producción de las 2 plantas, por capacidad de memoria y por modelo?
b) Si la empresa desea incrementar la producción en la planta B en un 10%. ¿Cuál será la nueva producción?

(VALE 15 PUNTOS). Utilizando propiedades de determinantes demostrar que:

$$\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & a & 1 \\ b^3 & b^2 & b & 1 \\ c^3 & c^2 & c & 1 \\ d^3 & d^2 & d & 1 \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$$

5. (VALE 15 PUNTOS). Encontrar $x \in \mathbb{R}$ para que se verifique la igualdad de las matrices:

$$\begin{pmatrix} x^2 + 3x - 2 & -2 \\ 5 & x + y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x^2 - 2x - 4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

6. (VALE 15 PUNTOS). Mediante el método de Gauss-Jordán TIPO I, determinar la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

Éxito en su Examen(a)

1. (VALE 15 PUNTOS). Determinar la traza de una matriz A de orden 5x5, cuyo elemento a_{ij} está dado por:

$$a_{ij} = \begin{cases} j-1 & \text{si } i > j \\ \sqrt{i+j} & \text{si } i = j \\ (i-j)^2 & \text{si } i < j \end{cases}$$

2. (VALE 15 PUNTOS). Calcular A^n de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ \lambda^2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. (VALE 20 PUNTOS). Si $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular $f(X) = X^3 + 2X^2 - 3X - 4$

4. (VALE 10 PUNTOS). Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Transformar A en una matriz anti simétrica.

5. (VALE 20 PUNTOS). Mediante el método de Gauss-Jordán TIPO I, determinar la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 2 \\ -3 & -9 & 1 & -3 \\ -6 & -18 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

Éxito en su examen !!

1. (VALE 10 PUNTOS). Determinar la traza de una matriz A de orden 3×3 , cuyo elemento a_{ij} está dado por:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

2. (VALE 10 PUNTOS). Calcular A^{-1} de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

3. (VALE 20 PUNTOS). Mediante el método de Gauss-Jordan TIPO I, determinar la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. (VALE 20 PUNTOS). Calcular el siguiente determinante por Cofactores:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

5. (CADA INCISO VALE 10 PUNTOS). Una fábrica produce cuatro artículos diferentes a, b, c, d a partir de tres materias primas I, II, III. La siguiente matriz representa la cantidad de materia prima necesaria para producir cada artículo:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ II \\ III \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 9 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

El precio de la materia prima es $P = \begin{pmatrix} I & 2 \\ II & 5 \\ III & 5 \end{pmatrix}$. El departamento de ventas ha obtenido el siguiente pedido:

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 11 & 21 & 2 \end{pmatrix}$$

Encuentra:

- La matriz que representa la cantidad de materia prima necesaria para producir dicho pedido o interpretar un elemento de la misma.
- El costo total de la materia prima para satisfacer el pedido o interpretar el resultado.

Éxito en su examen!

NUEVA FUERZA
— FINANCIERA —

VALE 20 PUNTOS). Utilizando propiedades de determinantes demostrar que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

VALE 20 PUNTOS). Hallar una base y la dimensión del espacio solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0 \\ -6x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 0 \end{cases}$$

ADA INCISO VALE 10 PUNTOS). Considerar las bases $B_1 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ y $B_2 = \{f_1 = (1,0,1), f_2 = (0,-1,2), f_3 = (2,3,-5)\}$ para

- Encontrar la matriz de transición de B_1 a B_2 .
- Determinar la matriz de coordenadas $[w]_{B_1}$, donde $w = (1,2,-1)$ y usando la ecuación respectiva, calcular $[w]_{B_2}$.

VALE 20 PUNTOS). Calcular los valores y los vectores propios de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Éxito en su Examen

1. (VALE 20 PUNTOS). Calcular el valor del determinante por el método de Gauss-Chio.

$$|A| = \begin{vmatrix} -4 & 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & -1 & 4 & 0 & -9 \end{vmatrix}$$

2. (VALE 10 PUNTOS). Calcule el determinante de $|A| = \begin{vmatrix} g & h & i \\ -d & -e & -f \\ 2a & 2b & 2c \end{vmatrix}$ suponiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 10$

3. (VALE 20 PUNTOS). Un empresario tiene 3 máquinas que se utilizan en la producción de 3 productos diferentes, para utilizar plenamente estas máquinas estarán en operación 10 horas diarias. El número de horas que utiliza cada máquina en la producción de una variedad en cada uno de los tres productos esta dado en la tabla que sigue:

Maquinas	Productos		
	1	2	3
1	5	1	1
2	2	1	2
3	3	2	1

Se pide encontrar el número de unidades que se debe producir de cada uno de los 3 productos en un día de 10 horas, bajo el supuesto de que cada máquina trabaja las 10 horas completas. Utilizar el método de la matriz inversa, para la inversa utilizar el método de la matriz adjunta, de lo contrario no tendrá valor su respuesta).

4. (VALE 15 PUNTOS). Hallar k para que $v = (k, -1, 1)$ resulte combinación lineal de $A = \{u = (0, 2, 1) w = (1, -1, 0)\}$

5. (VALE 15 PUNTOS). Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 11x_2 + 12x_3 = 0 \end{cases}$$

PRÁCTICA FINAL

1. Dadas las matrices: $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, calcule la suma de los elementos de la matriz $AB + Id$.

2. Mediante el método de G-J TIPO I, determinar la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 5 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando propiedades de determinantes demostrar que:

$$\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & a & 1 \\ b^3 & b^2 & b & 1 \\ c^3 & c^2 & c & 1 \\ d^3 & d^2 & d & 1 \end{vmatrix} = -(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$$

4. Determinar si el conjunto de vectores (ordenar de mayor a menor), dado, es una base del espacio vectorial indicado. En caso de no serlo, hallar el subespacio generado, una base y su dimensión.

$$F = \{1 - 3x + 2x^2, 1 + x + 4x^2, 1 - 7x\}$$

5. Encuentre el vector de coordenadas de $u = (3, 8, 2)$ en $\mathbb{R}^3$ con respecto a la base $B = \{(-1, -1, 2), (2, 1, -1), (1, 1, -1)\}$.

